# بررسی تأثیر شیب و تغییر سطح مقطع راه‌باره بر فشار و رفتار سیال به‌کمک شبیه‌سازی عددی حجم محدود*

مجتبی برزگری[۱] سید محمد حسین میر باقری[۲]


## چکیده

هدف از انجام پژوهش حاضر، بررسی تأثیر هندسه‌ی راه‌باره در مجموعه‌های راه‌گاهی فشاری در فرایند ریخته‌گری با قالب ماسه‌ای است. عدم طراحی مناسب هندسه‌ی راه‌باره می‌تواند منجر به وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی در فرایند ریخته‌گری شود. با این هدف، ابتدا مدلی به‌شکل یک صفحه‌ی نازک دو بعدی طراحی شد، و با تغییر شیب راه‌باره و سطح مقطع آن به‌طور منظم، تأثیر فشار در راه‌باره به‌روش حل عددی اختلاف محدود شبیه‌سازی شد. سپس، عامل فشار بدون بعد $C^i_{np}$ که نسبت شیب تغییرات فشار به انرژی جنبشی در طول یک کانال جریان است، برای طرح‌های مختلف مقطع طولی کانال راه‌باره با استفاده از نتایج شبیه‌سازی به‌دست آمد تا به این ترتیب، تأثیر متغیرهای شیب و سطح مقطع راه‌باره در آن‌ها مشخص شود. در مرحله‌ی دوم، با ریخته‌گری مذاب آلومینیم در قالب‌های ماسه‌ای که یک طرف آن شیشه نسوز قرار داده شده بود، تأثیر تغییر مقطع راه‌باره و شیب آن در پدیده‌ی ماسه‌شویی به‌کمک روش عکس‌برداری و نیز تراش‌کاری سطح فوقانی صفحه‌ی آلومینیمی بررسی شد. نتایج نشان دادند که هر گونه تغییر در مقطع راه‌باره که بتواند منجر به تغییر در مقدار عامل $C_{np}$ شود، به‌طور هم‌زمان می‌تواند با افزایش تنش برشی بر روی دیواره‌های درونی راه‌باره، منجر به ماسه‌شویی شود. مقایسه‌ی نتایج مدل حاضر با نتایج به‌دست آمده از عکس‌برداری، درستی مدل به‌کار رفته را به‌خوبی تأیید می‌کند، به‌گونه‌ای که در زاویه‌های راه‌باره‌ی ۵۶ و ۷۱ درجه و یا کاهش سطح مقطع راه‌باره به میزان یک چهارم سطح مقطع اولیه، بیش‌ترین مقدار ماسه‌شویی در ریخته‌گری رخ داد.


**واژه‌های کلیدی** ماسه‌شویی، سطح مقطع راه‌باره، عامل فشار بدون بعد، شبیه‌سازی عددی، جریان سیال، ریخته‌گری ماسه‌ای.

# Assessment of the Slope and Cross-Section of In-Gate on the Pressure and Flow Pattern Using Finite Volume Method

M. Brzegari M.H. Mirbagheri


## Abstract

*In this investigation, the effect of gaiting system geometry during sand casting process has been studied. Sand erosion is one of the most important defects, which is caused due to the incorrect design of the gaiting system. In this study, a thin plate bench-mark was designed, and the pressure field was simulated for the cases of different slopes and cross-sections of the in-gate using Finite Volume Method (FVM). The dimensionless pressure parameter $C^i_{np}$ for the in-gate was calculated with the help of the simulation results. In the second stage, aluminium was molded in a sand mold with a Pyrex glass face. Then, the sand erosion phenomenon was examined using the photography technique, and through machining the upper surface of the aluminum thin plate. The results indicated that the maximum sand erosion during the casting process occurred for the in-gates having the slopes of 56 or 71 degree with a cross section experiencing a reduction of 25% from the initial cross-section.*


**Key Words** Sand erosion, In-gate cross-section, Dimensionless pressure parameter, Numerical simulation, Fluid flow, Sand casting.

---

* نسخه‌ی نخست مقاله در تاریخ ۸۹/۱/۲۳ و نسخه‌ی پایانی آن در تاریخ ۹۰/۱/۱۸ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) دانشجوی مهندسی مواد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

(۲) نویسنده‌ی مسوول: استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

## مقدمه

یکی از علت‌های مهم ایجاد ضایعات در قطعات ریخته‌گری، حضور ذرات ماسه درون قطعه است. این ضایعات عموماً حین ماشین‌کاری تشخیص داده شده و بالطبع این باعث تحمیل هزینه‌ی اضافی در تولید قطعات می‌شود. از جمله علت‌های اصلی بروز این عیب می‌توان به کمبود چسب ماسه، عدم تراکم مواد قالب‌گیری و نامناسب بودن ماسه‌ی مصرفی اشاره کرد [1]. امروزه به‌راحتی می‌توان با انجام آزمون‌های مختلف، میزان چسب مصرفی و کیفیّت ماسه را کنترل کرده و به این ترتیب، ضایعات فوق را برطرف نمود. با این‌حال، در هنگام تراش‌کاری قطعات ریخته‌گری ذرات ماسه درون آن‌ها یافت می‌شود، و این باعث غیر قابل استفاده شدن آن‌ها می‌شود. منشأ اصلی آن نمی‌تواند تنها عوامل فوق باشند، بلکه ضربه یا برخورد ناگهانی مذاب به دیواره‌ی قالب که ناشی از الگوی نامناسب جریان مذاب است نیز می‌تواند یکی از دلیل‌های اصلی وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی باشد [2]. ایجاد این عیب نیز ناشی از عدم کنترل سرعت مذاب در لحظه‌ی ورود به مجموعه‌ی راه‌گاهی و پس از آن، محفظه قالب است. بنابراین، به‌نظر می‌رسد که حتی با پیروی از الگوهای سرعت بحرانی مذاب که توسط محققان زیادی ارائه شده است [3]، جلوگیری از وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی در بیش‌تر موارد ناکارآمد بوده است. این به دلیل آن است که طراحی سرعت‌های بحرانی بیش‌تر بر مبنای جلوگیری از ورود ناخالصی به درون آن و یا مخلوط شدن پوسته‌های اکسیدی سطح درون مذاب محاسبه و اندازه‌گیری شده‌اند، و به‌طور مستقیم می‌توانند به‌دلیل کاهش عدد ری‌نولدز مذاب و ایجاد جریان‌های آرام، نرخ ماسه‌شویی را کاهش دهند. نکته‌ی مهم این است که پدیده‌ی فوق موضعی است و در مکان‌های خاصی رخ می‌دهد [4]. این مکان‌ها آن‌هایی هستند که ضربه‌ی ناشی از تحرّک مذاب توسط دیواره‌ی قالب یا راه‌گاه را خنثی می‌کنند (مانند پاشنه‌ی راه‌گاه، ماهیچه‌ی روبروی مدخل ورودی مذاب و دیواره‌های جلوی آن)، و یا مکان‌هایی هستند که در نتیجه‌ی تغییر سطح مقطع جریان مذاب با افزایش سرعت مذاب به‌ازای دبی ثابت، باعث ماسه‌شویی می‌شوند (مانند گلویی راه‌گاه، باریک شدگی ناگهانی مقطع قالب، و نظیر آن). بنابراین، اطلاع از مکان این مناطق موضعی که شدیداً تابع هندسه‌ی قالب هستند، می‌تواند در کاهش اثرات این پدیده بسیار مؤثر باشد. به‌این دلیل، شبیه‌سازی جریان مذاب با استفاده از نرم افزارهای شبیه‌سازی فرایند ریخته‌گری ابزار بسیار قدرتمندی خواهد بود که در دست طراحان قطعات ریخته‌گری قرار دارد [7-5]. در واقع طراح می‌تواند ابتدا با معرفی ابعاد و هندسه‌ی مجموعه‌ی راه‌گاه و قالب و وارد کردن آن‌ها در برنامه و سپس حل معادله‌های حاکم بر فرایند ریخته‌گری، به شبیه‌سازی الگوی جریان بپردازد و به‌دنبال آن، مناطق موضعی که در آن‌ها گردابه‌های جریان وجود دارند، و یا مناطقی که در برابر حرکت مذاب به‌عنوان مانع عمل می‌کنند و یا باعث جذب اندازه حرکت مذاب می‌شوند را پیش‌بینی و آن‌ها را به‌عنوان مناطق مستعد برای ماسه‌شویی مطرح سازد [۸ - ۱۰]. در این صورت، طراح خواهد توانست با تقویت ماسه‌ی مصرفی در این مناطق و یا تغییر طراحی، حالت بحرانی به‌وجود آمده را حذف و از بروز پدیده‌ی ماسه‌شویی جلوگیری کرده و یا آن را به‌حداقل میزان خود برساند. بررسی علت‌های وقوع ماسه‌شویی ناشی از طراحی نامناسب محل اتصال مجموعه‌ی راه‌گاهی به محفظه‌ی قالب هنوز مورد بحث و تبادل آرای محققین قرار دارد، و مدل‌های مختلفی برای جلوگیری از وقوع این پدیده ارائه شده‌اند[7,11].

در شبیه‌سازی جریان مذاب در کانال ماسه‌ای، اثر اصطکاک سطح قالب با مذاب به‌صورت تابع‌هایی تجربی و یا بر اساس نمودارهای مودی (Moody) مورد توجه قرار گرفته است[12]. از جمله این روش‌ها

می‌توان به‌روش استفاده از عامل بدون بعد $\gamma$ اشاره کرد که مقدار آن بین صفر و یک، به‌ترتیب برای حالت اصطکاک کامل و بدون اصطکاک، تغییر می‌کند[13]. گروهی از محققان با توجه به عدد ریزی ماسه و تنش برشی بر روی دیواره‌ی قالب، مقدار $\gamma$ را تقریب زده‌اند [5]. مقدار $\gamma$ به‌عنوان یک ضریب در شرایط مرزی سرعت در الگوریتم مربوط به برنامه‌ی شبیه سازی عددی به‌کار می‌رود. با در نظر گرفتن یک سری سلول در مرز بین قالب و مذاب به‌عنوان سلول‌های مجازی، می‌توان به‌کمک عامل بدون بعد $\gamma$ کاهش یا افزایش مؤلفه‌های سرعت در حالت سه بعدی را تنظیم کرد. امّا این تغییرات می‌باید همواره قانون بقای جرم را ارضاء کند، در غیر این صورت ممکن است که باعث تجمع یا کاهش جرم سیال به‌صورت مجازی شود که این خود یک خطای عددی ناخواسته است.

مدل کوت (Koute) یکی از مدل‌هایی است که برای بررسی تأثیر اصطکاک در دیواره‌های جامد به‌کار می‌رود. در این مدل، از عامل بدون بعد زبری نسبی (ε) استفاده می‌شود و در آن، عامل $y^+$ بر اساس دامنه‌ی تکرار هر برآمدگی و فرورفتگی تعریف شده و توزیع تنش به‌صورت یک رابطه‌ی نمایی که توان آن با تغییر زبری تغییر می‌کند، بیان می‌شود [14]. کاربرد مدل‌های مختلف برای توزیع شیب تنش در نزدیکی دیواره‌های جامد می‌تواند در هر گام زمانی در حل معادله‌های ناویر استوک بر روی میدان سرعت تأثیر گذاشته و اندازه حرکت به درون مذاب انتقال یابد. بنابراین، در تصویرهای شبیه‌سازی جریان سیال خطوط هم پتانسیل از نظر مقداری کاملاً بین حالت اصطکاک کامل و بدون اصطکاک تغییر می‌کنند. افزون بر این، میدان‌های سرعت در نتیجه‌ی اصطکاک دیواره تغییر می‌کنند. گزارش بعضی از محققان نشان می‌دهد که حتّی مکان اتصال راه‌گاه به قالب به‌علت تغییر الگوی جریان و نیز الگوی اصطکاک دیواره‌ی قالب، بر توزیع دمای درون قالب اثر گذاشته و مناطق داغ را کاملاً متفاوت از آن‌چه انتظار می‌رود، نشان می‌دهد [۸ و ۹]. این واقعیّت بر طراحی مکان تغذیه تأثیر می‌گذارد. با این‌حال، در مورد هندسه‌ی راه‌گاه از نقطه نظر مقطع آن و ضریب اصطکاک منابع مختلفی وجود دارند. در این منابع، ضرایب به‌صورت تجربی تعیین شده و سپس در مدل وارد می‌شوند. به این ترتیب، معادله‌هایی بر اساس رابطه‌ی برنولی اصلاح شده ارائه شده که به‌کمک آن‌ها، مجموعه‌های راه‌گاهی فشاری و یا غیرفشاری طراحی می‌شوند [۱۵ و ۱٦]. با این‌حال، تأثیر هم‌زمان شیب راه‌گاه فرعی و تغییرات مقطع بر توزیع جریان داخل راه‌گاه و خصوصاً فشار درون راهباره که عامل اصلی ماسه‌شویی است، بررسی نشده است [17]. در این پژوهش، ابتدا صفحه‌ی نازکی همراه با یک مجموعه‌ی راه‌گاهی فشاری طراحی شد، و با تغییر سطح مقطع راهباره به قالب و نیز تغییر شیب راهباره، تأثیر تغییر جریان و فشار درون کانال راهباره بررسی شده است. پس از آن، با انجام آزمون‌های عملی پس از پایان انجماد، مکان‌هایی که در نتایج شبیه‌سازی دارای خطوط جریان چرخشی و گردابی شدید بودند، برای ماسه‌شویی مستعد شناخته شدند. به‌منظور تشخیص صحت نتایج شبیه‌سازی، مکان‌های فوق از نمونه‌های ریخته‌گری بریده شدند، و سپس لایه‌هایی به ضخامت ۰/۰۵ تا ۰/۵ میلی‌متر از روی آن‌ها تراشیده شدند تا از وجود ذرات ماسه درون فلز اطمینان حاصل شود.

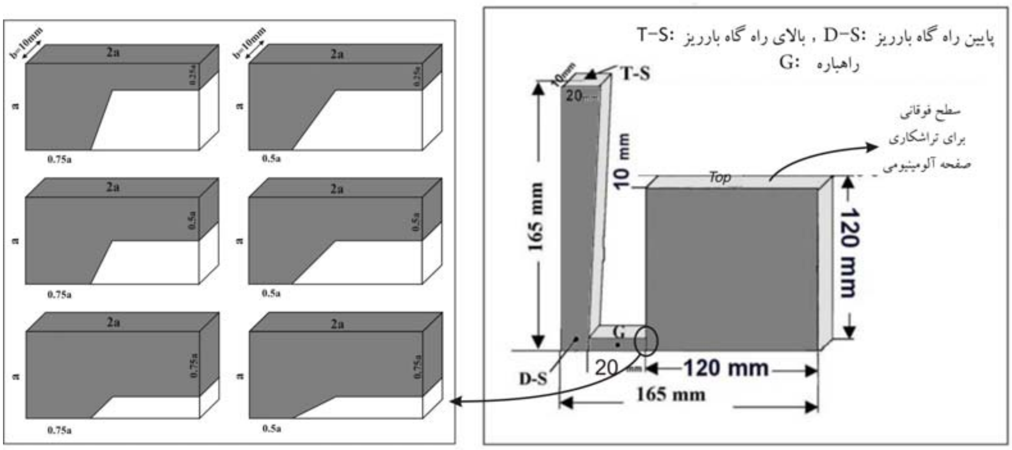
## مواد و روش تحقیق

در این تحقیق، ابتدا مطابق شکل (۱) محفظه‌ی قالب به‌شکل صفحه‌ای نازک طراحی شد، و بررسی‌های عملی و شبیه‌سازی انجام شدند. در مرحله‌ی تحقیقات عملی، ریخته‌گری آلومینیوم در پشت صفحه‌ی شیشه‌ای انجام شد، و از آن برای پی بردن به روند پر شدن قالب و پدیده‌ی ماسه‌شویی به طور مداوم تصویربرداری شد. در مرحله‌ی شبیه‌سازی، ابتدا برنامه‌ای به‌روش حجم محدود در فضای دو بعدی نوشته شد. این برنامه که بر

اساس مدل‌سازی عددی خطوط پتانسیل جریان نوشته شد، قادر است با تغییر شیب راه‌باره به‌طور منظم از سطح مقطع راه‌باره کاسته و تأثیر جریان بر توزیع فشار درون آن را برای مجموعه‌های راه‌گاهی غیرفشاری شبیه‌سازی کند.

***الف) آزمون‌های عملی.*** مطابق با شکل (۱)، محفظه‌ی قالب به‌شکل صفحه‌ی نازک به ابعاد ۱۲۰×۱۲۰×۱۰ میلی‌متر درون قالب ماسه‌ای با عدد ریزی AFS:50 و حداقل میزان چسب (٤ درصد وزنی سیلیکات سدیم)، طراحی و قالب‌گیری شد. سپس جداره‌ی قالب به‌وسیله‌ی پوشان نسوز با مش ۲۷۰ رنگ شد تا تأثیر زبری سطح ماسه کاملاً حذف شود[18]. چگونگی طراحی به‌این صورت بود که یکی از وجوه بزرگ قالب از شیشه‌ی نسوز انتخاب شد و در جداره‌ی قالب ماسه‌ای کار گذاشته شد، به‌گونه‌ای که روند پر شدن قالب قابل مشاهده ببوده و بتوان از مراحل پر شدن قالب فیلم برداری کرد. در این حالت، مناطق مستعد به تجمع ماسه و ماسه‌شویی به‌کمک الگوی پر شدن قالب قابل تشخیص خواهد بود. به این ترتیب، با استفاده از دوربینی با قدرت برداشت ٦٤ قاب بر ثانیه نحوه‌ی پر شدن قالب ثبت شد، و با تقسیم فیلم به قاب‌هایی با توالی زمانی ۱/۲٤ ثانیه عکس‌هایی از روند پر شدن قالب تهیه شد. مذاب مورد مصرف در این پژوهش آلومینیم خالص بود که در کوره‌ی القایی ذوب شد، و در دمای $720 \pm 5$ °C پس از خودگیری قالب ماسه‌ای با ٤ درصد سیلیکات سدیم توسط دمش گاز $CO_2$ ریخته‌گری شد.

پس از انجماد و سرد شدن صفحه‌ی نازک آلومینیومی، بخش بالایی صفحه‌ی ریختگی (این صفحه به‌علت سبکی ماسه در مقایسه با مذاب، نسبت به تجمع ماسه مستعد است) برای بررسی وجود یا عدم وجود ماس به سمت پایین تراش‌کاری شد. در هر مرحله از تراشکاری، تصویر مقطع فوقانی مورد بازرسی چشمی قرار گرفت. عملیات کف‌تراشی تا عمق ۱ سانتی‌متری از ارتفاع قالب انجام شد. تمامی مراحل فوق برای قالبی که طرح هندسه‌ی راه‌باره در آن هر بار مطابق با تصاویر سمت چپ شکل (۱) تغییر می‌کرد، انجام گرفت. با مقایسه‌ی نتایج بازرسی چشمی از مقاطع کف‌تراشی مربوط به صفحه‌های ریختگی، می‌توان از وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی در هر یک از طرح‌های راه‌باره ( تغییر شیب و مقطع آن‌ها) اطلاع پیدا کرد.




شکل ۱ تصویر شماتیک از هندسه‌ی قالب طراحی شده در این تحقیق

***ب) شبیه‌سازی عددی.*** برای شبیه‌سازی فرایند پر شدن قالب، لازم است ابتدا معادله‌های حاکم بر مجموعه را تعیین کرد. از آنجا که فرایند ریخته‌گری پدیده‌ای وابسته به زمان بوده و توأم با انتقال حرارت و جرم است، معادله‌های حاکم از نوع بقای اندازه حرکت (ناویر- استوک)، جرم و انرژی است. این معادله‌ها در فضای سه بعدی، به‌شکل زیر هستند [6,12-13]:

۱) معادله‌ی بقای اندازه حرکت برای سیال جاری تک فاز:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + g + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2 \vec{v} \qquad (1)$$

$$\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$$

۲) معادله‌ی بقای جرم یا پیوستگی برای سیال جاری و خمیری (یعنی سیال در حال تبدیل از فاز مذاب به جامد است) [6]:

$$\frac{\rho_L - \rho_S}{\rho}\left[\frac{\partial f_L}{\partial t} + (\vec{v}).\nabla f_L\right] + \nabla.(\vec{v}) = 0 \qquad (2)$$

$$f_L + f_S = 1, \text{and } \rho = \rho_s f_s + \rho_l f_l$$

۳) معادله‌ی بقای انرژی حرارتی برای سیال تک فاز [12]:

$$\rho C \ \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho C \ \vec{v}.\nabla T + \nabla.\vec{q} \qquad (3)$$

د) معادله‌ی بقای انرژی حرارتی برای سیال دو فازی حین انجماد (یعنی مخلوط جامد و مذاب) [6]:

این معادله را می‌توان با در نظر گرفتن توازن گرمای نهان انجماد با حاصل‌ضرب ظرفیت حرارتی معادل ($C^{eq}$) و اختلاف دمای گستره‌ی انجماد (فاصله‌ی عمودی بین خطوط گداز و انجماد)، و به‌کمک معادله‌های (٤- الف) تا (٤- پ) به‌دست آورد. کسر مذاب با استفاده از نمودارهای فازی، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$f_L = \frac{T - T_S}{T_L - T_S} \rightarrow df_L = \frac{dT}{T_L - T_S} \qquad (٤\text{- الف})$$

افزون بر این، گرمای نهان انجماد یک آلیاژ دوتایی را می‌توان بر مبنای گستره‌ی انجماد ($T_L - T_S$) و با استفاده از ظرفیت حرارتی معادل ($C^{eq}$) بیان کرد [6]:

$$\frac{\Delta H_m}{T_L - T_S} = C_P = C^{eq} \qquad (٤\text{- ب})$$

با به‌دست آوردن حاصل‌ضرب مشتق کسر مذاب (رابطه‌ی (٤- الف)) در گرمای نهان انجماد ($\Delta H_m$) در گستره‌ی انجماد، خواهیم داشت:

$$\Delta H_m df_L = \Delta H_m \frac{dT}{T_L - T_S} \qquad (٤\text{- پ})$$

$$\rightarrow \Delta H_m df_L = C_P dT$$

حال اگر در رابطه‌ی (۳) به‌جای عبارت ($C.\partial T$)، معادل آن از رابطه‌ی (٤- پ) را قرار دهیم، معادله‌ی (۵) برای تعیین میدان دما در ناحیه‌ی دو فازی مخلوط جامد- مذاب (بین دو دمای $T_L$ و $T_S$) به‌دست می‌آید:

$$\rho\Delta H_f \frac{\partial f_L}{\partial t} = -\rho\Delta H_f \ \vec{v}.\nabla f_L - \nabla \vec{q} \qquad (5)$$

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x},\ q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y},\ q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$

٤) تابع ردیابی سطح آزاد مذاب درون محفظه‌ی قالب:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla.\vec{v}F = 0 \qquad (6)$$

در این رابطه‌ها، q میزان حرارت، T دما، C ظرفیت حرارتی، ρ چگالی، $\Delta H_f$ گرمای نهان ذوب، k ضریب رسانایی حرارتی، $\vec{v}$ بردار سرعت، $f_L$ کسر مذاب، F تابع متغیر سطح آزاد، و t زمان می‌باشد. برای حل معادله‌های فوق، از روش حل عددی حجم محدود به‌منظور گسسته سازی معادله‌های حاکم و تبدیل آنها به معادله‌های جبری استفاده شد. حل معادله‌های جبری به‌روش صریح انجام گرفت. نکته‌ی مهم این بود که پس از تعیین میدان‌های سرعت و دما، میزان جابجایی مذاب در قالب (بالا آمدن مذاب در قالب) به‌کمک معادله‌ی (٦)، با معلوم بودن میدان‌های فوق، تعیین شود. در واقع متغییر $F_{i,j,k}$ برای هر حجم محدود، بیان‌گر میزان کسر فلز موجود در آن است. بنابراین اگر $F_{i,j,k} = 1$ باشد، حجم کنترلی پر از مذاب

است، یعنی این حجم کنترلی متعلق بـه فضـای مـذاب درون قالب است. اگر $F_{i,j,k} = 0$ باشـد، حجـم کنترلـی خالی از مذاب بوده و متعلق به فضای بالای سر مـذاب درون قالب خواهد بود. امّـا اگـر $1 > F_{i,j,k} > ۰$ باشـد، حجم کنترلی به‌میزان ناقص پر مـی‌شـود، یعنـی حجـم کنترلی در سطح آزاد مذاب قرار داشته و تنهـا مقـداری از آن از مذاب پر شده است. به‌این ترتیب، با محاسبه‌ی $F_{i,j,k}$ از مقـادیر عـددی آن، سـطح آزاد یـا جبهـه‌ی پیشروی و بالا آمدن مذاب در قالب را می‌تـوان تعیـین کرد. به عبارتی ساده‌تر، هر جـایی کـه بـرای آن مقـدار $F_{i,j,k}$ بین صفر و یک (یعنی عدد اعشـاری) باشـد، آن محل سطح آزاد بین مذاب و هـوا درون قالـب خواهـد بود [13]. حال با داشتن سطح آزاد مذاب و میدان‌هـای دما و سرعت به‌راحتی می‌توان روند پر شـدن قالـب را در هر لحظه رسم کرد، و شبیه به آن‌چه در عمل اتفـاق می‌افتد، آن را پیش‌بینی و نمایش داد. بـا تحلیـل نتـایج شبیه‌سازی، مناطق بحرانی و مستعد بـه ماسـه‌شـویی را می‌توان تعیین کرد و به این ترتیب با تغییر طراحی، بـه سمت نوعی از طراحی مناسب با کم‌تـرین عیـب‌هـای احتمالی حرکت کرد. معادله‌هـای (۱) تـا (٦) بـه‌روش حجم محدود در فضای دو بعـدی حـل مـی‌شـوند، در حالی‌که الگوریتم معادله‌های جریـان (نـاویر- اسـتوک) به‌روش شبه صریح (Semi-explicit) حـل شـده‌انـد و معادله‌ی ردیابی سـطح آزاد (معادلـه‌ی ٦) بـا الگـوریتم سُـلا (SOLA) حـل شـده اسـت [6,11,13]. پـس از پایداری جریان، داده‌های به‌دست آمده بـه‌شـکل آرایـه ذخیره شده و به وسیله‌ی بخش دوم برنامـه فراخـوانی می‌شوند. با استفاده از داده‌هـای فـوق در ایـن بخـش، تابع‌های پتانسیل جریان بر مبنای میدان‌هـای سـرعت و فشار و به‌کمک عامل بدون بعد فشار محاسـبه و رسـم می‌شوند.

از آنجا که دبی جریـان کانـال‌هـای راه‌گـاه‌هـای اصلی و فرعی تا پایان فرایند ریخته‌گـری تقریباً ثابـت می‌ماند، معادله‌های حاکم را می‌توان به‌خـوبی بـا تـابع پتانسیل برای کانال راه‌باره تقریب زد. بـه‌علـت وجـود تقارن، این معادله در فضـای دو بعـدی بـه‌شـکل زیـر تعیین می‌شود [12,17].

معادله‌ی پیوسـتگی بـرای یـک سـیال تـک فـاز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0$$

$$\vec{v} = u\,\hat{i} + v\,\hat{j} + w\,\hat{k} \qquad (۷)$$

این معادله برای سیال تراکم‌ناپـذیر در فضـای دو بعدی ساده می‌شود:

$$\psi(x,y)\ ,\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (۸)$$

یعنی تابع پتانسیل جریان داخل کانـال راه‌بـاره را می‌توان به‌شکل زیـر تعریـف کـرد، زیـرا ممـاس‌هـای مشترک بین خطوط جریان به‌عنوان الگـویی از سـرعت نقطه‌ای می‌توانند دامنه‌ی جریان را تقریب بزنند:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0 \qquad (۹)$$

در این رابطه، $\psi$ به‌صورت تابع‌های زیر تعریـف می‌شود:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (\text{۱۰– الف})$$

$$V = i\frac{\partial \psi}{\partial y} - j\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (\text{۱۰– ب})$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \qquad (۱۱)$$

یکی از مهم‌ترین کاربردهای معادله‌های فـوق در مجموعه‌ی راه‌گاهی قطعات ریخته‌گری است، زیـرا در این مجموعه جریان سـیال بـا فـرض قابـل قبـولی دو بعدی است. بنابراین، می‌توان معادله‌ی (۱۱) را به شکل معادله‌ی زیر برای راه‌باره به‌کار برد:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \qquad (۱۲)$$

این رابطه از نوع یک معادله‌ی لاپلاس درجـه دو

است که به‌راحتی با روش‌های حل عددی حجم محدود حل می‌شود. اکنون با داشتن میدان‌های سرعت و به‌کمک ضریب توزیع فشار مطابق با معادله‌های (۱۳) و (۱٤)، تغییرات فشار دیواره در کانال راهباره را می‌توان محاسبه کرد [14]:

$$P_R + \frac{1}{2}\rho V_R^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho V_0^2 \qquad (۱۳)$$

$$C_{np}^{i} = \frac{P_R - P_0}{\frac{1}{2}\rho V_0^2} = 1 - \left(\frac{V_R}{V_0}\right)^2 \qquad (۱٤-\text{الف})$$

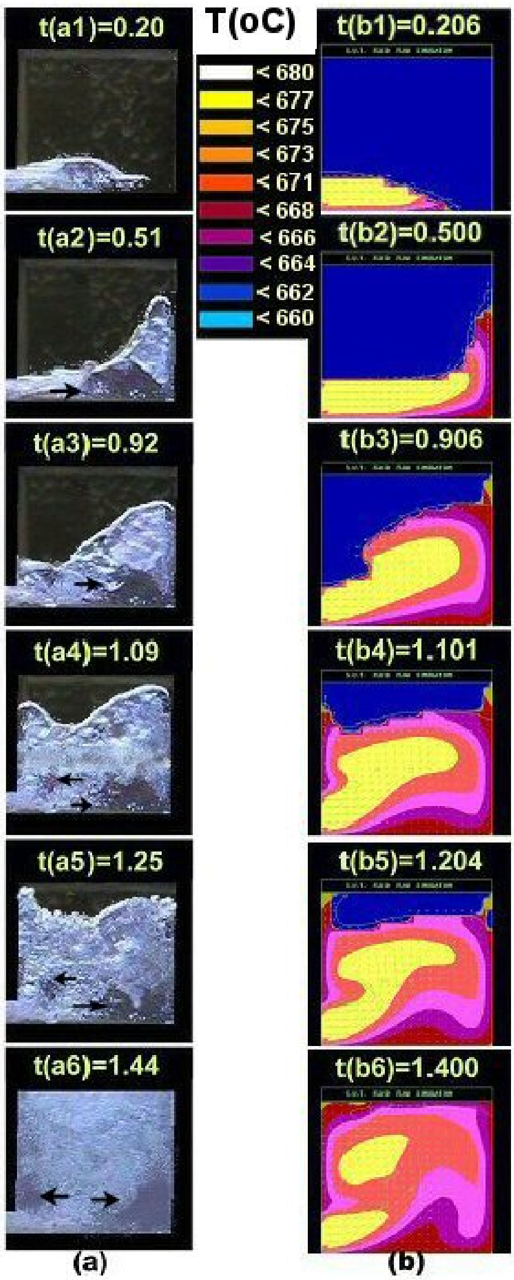
$$C_{np} = 1 - \left(\frac{A_{in}}{A_{out}}\right)^2 \qquad (۱٤-\text{ب})$$

که در آن‌ها، $V_R$ سرعت در هر نقطه درون راهباره و $V_0$ سرعت در دهانه‌ی ورودی راهباره و یا سرعت معادل در پاشنه‌ی راهگاه می‌باشد. به‌دلیل اصطکاک بین دیواره‌ی قالب با مذاب، این سرعت توزیع سهمی از درجه‌ی ۰٫۱٤ برای مذاب آلومینیوم در نظر گرفته شد. افزون بر این، $P_0$ فشار در ورودی راهباره، $P_R$ فشار در هر نقطه یا مقطع داخل راهباره، $A_{in}$ و $A_{out}$ به‌ترتیب مساحت سطح مقطع ورودی و خروجی راهباره، $C_{np}^{i}$ عامل فشار بدون بعد مربوط به کانال راهباره (در این عامل، بالانویس i می‌تواند c یا w باشد، و یا وجود نداشته باشد)، هستند. در این صورت، مقادیر $C_{np}^{c}$ و $C_{np}^{w}$ به‌ترتیب با استفاده از سرعت‌های بیشینه در مرکز راهباره و سرعت‌های کمینه در کف (یا دیواره‌ی ماسه‌ای) راهباره محاسبه می‌شوند. اگر بالانویس وجود نداشته باشد، مقدار عامل فشار بدون بعد $C_{np}$ بر حسب مساحت سطح مقطع ورودی و خروجی راهباره محاسبه می‌شود (در معادله‌ی (۱٤-ب)، به‌جای مساحت سطح مقطع خروجی از مساحت سطح مقطع در هر نقطه استفاده شده است تا نمودار تغییرات $C_{np}$ به‌دست آید. این معادله با استفاده از رابطه‌ی $A_0V_0 \approx A(x)V(x)$ تقریب زده شده است). بنابراین، به‌راحتی می‌توان الگوی جریان در راهباره‌ها را در هر یک از طرح‌های موجود در سمت چپ شکل (۱) رسم کرد. افزون بر این، می‌توان با رسم مقادیر $C_{np}^{i}$ آن را شبیه به آنچه در عمل اتفاق می‌افتد، پیش‌بینی و نمایش داد. در این مرحله، با تحلیل نتایج شبیه‌سازی و جای‌گذاری آن‌ها در عامل فشار بدون بعد $C_{np}^{i}$، می‌توان راهباره‌هایی را که منجر به ایجاد مناطق بحرانی و مستعد به ماسه‌شویی می‌شوند را با استفاده از معادله‌های (۱٤- الف و ب) طراحی کرد و با تغییر طراحی آن، به‌سمت طراحی مناسب با کم‌ترین عیب‌های احتمالی حرکت کرد.

## نتایج و بحث

تصویر سمت راست در شکل (۲)، نتایج شبیه‌سازی جریان مذاب آلومینیم Al-11%Si را نشان می‌دهد و در تصویر سمت چپ، نتایج حاصل از عکس‌برداری برای دیواره‌ی طولی راهباره‌ای به ابعاد $a \times 2a$ و عمق ۱۰ میلی‌متر (مطابق با تصویر سمت چپ در شکل (۱)) مشاهده می‌شود. در این تصویر، شیب راهباره ۲٦ درجه و ارتفاع آن در محل اتصال به محفظه‌ی قالب ۰٫۷۵ ارتفاع اولیه‌ی آن می‌باشد (به عبارت دیگر $h = 0.75a$ و $\theta = 26^\circ$). این به‌دلیل آن است که تغییر شیب راهباره با تغییر سطح مقطع آن وابسته است، و دلیل آن هم ثابت بودن طول راهباره (2a) و ضخامت ۱۰ میلی‌متری آن در تمامی طرح‌های شکل (۱) است. همان‌گونه که دیده می‌شود، الگوی جریان و روند پر شدن قالب در نتایج شبیه‌سازی و عملی تقریباً یکسانند، و این دلیلی بر صحت و دقت برنامه‌ی شبیه‌سازی جریان سیال است. مکان‌های نشان داده شده به‌شکل پیکان در تصویرهای سمت چپ، همان‌طور که در تصویرهای شبیه‌سازی نیز دیده می‌شوند، مکان‌های مستعد به ماسه‌شویی به‌دلیل ایجاد جریان داخلی گردابی و مغشوش هستند. این مناطق که در

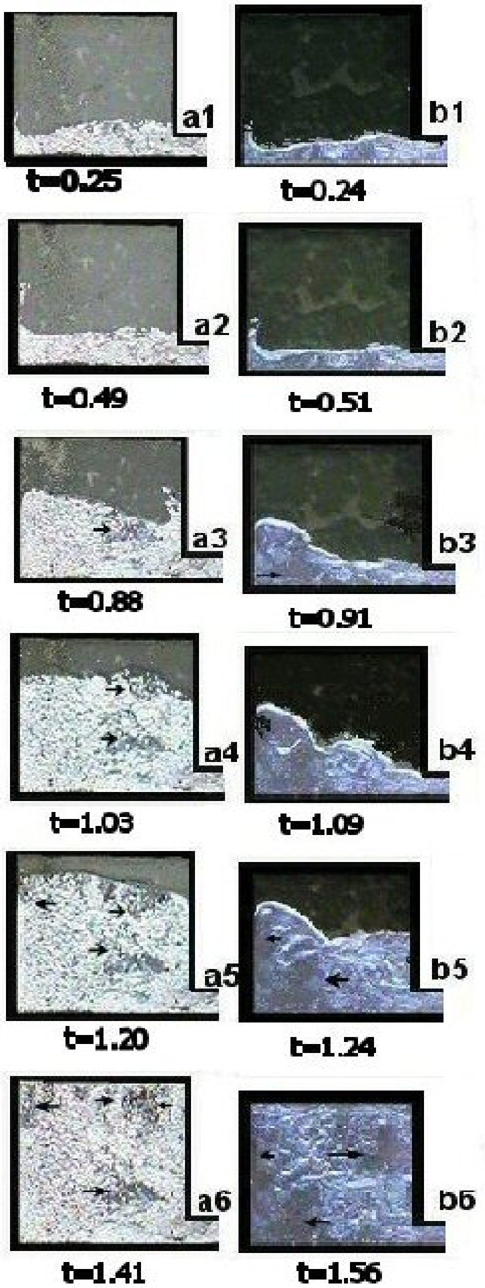
تصویرهای عکس‌برداری شده کدر هستند، بـه احتمـال بسیار زیاد به‌دلیـل تحمّـل تـنش‌هـای برشـی ناشـی از جریان گردابی حاوی ذرات ماسه می‌باشند.




شکل ۲ شبیه‌سازی جریان مذاب برای تعیین صحت نرم‌افزار مورد استفاده. پیکان‌ها مناطق ماسه‌شویی را نشان می‌دهند

$[\theta = 26^\circ, h = 0.75a]$

تصویرهای شکل (۳)، نتایج عملـی را بـرای دو طـرح مختلف از راه‌باره‌های شکل (۱) نشان می‌دهند.




شکل ۳ مناطق ماسه‌شویی در دو طراحی نامناسب راه‌باره

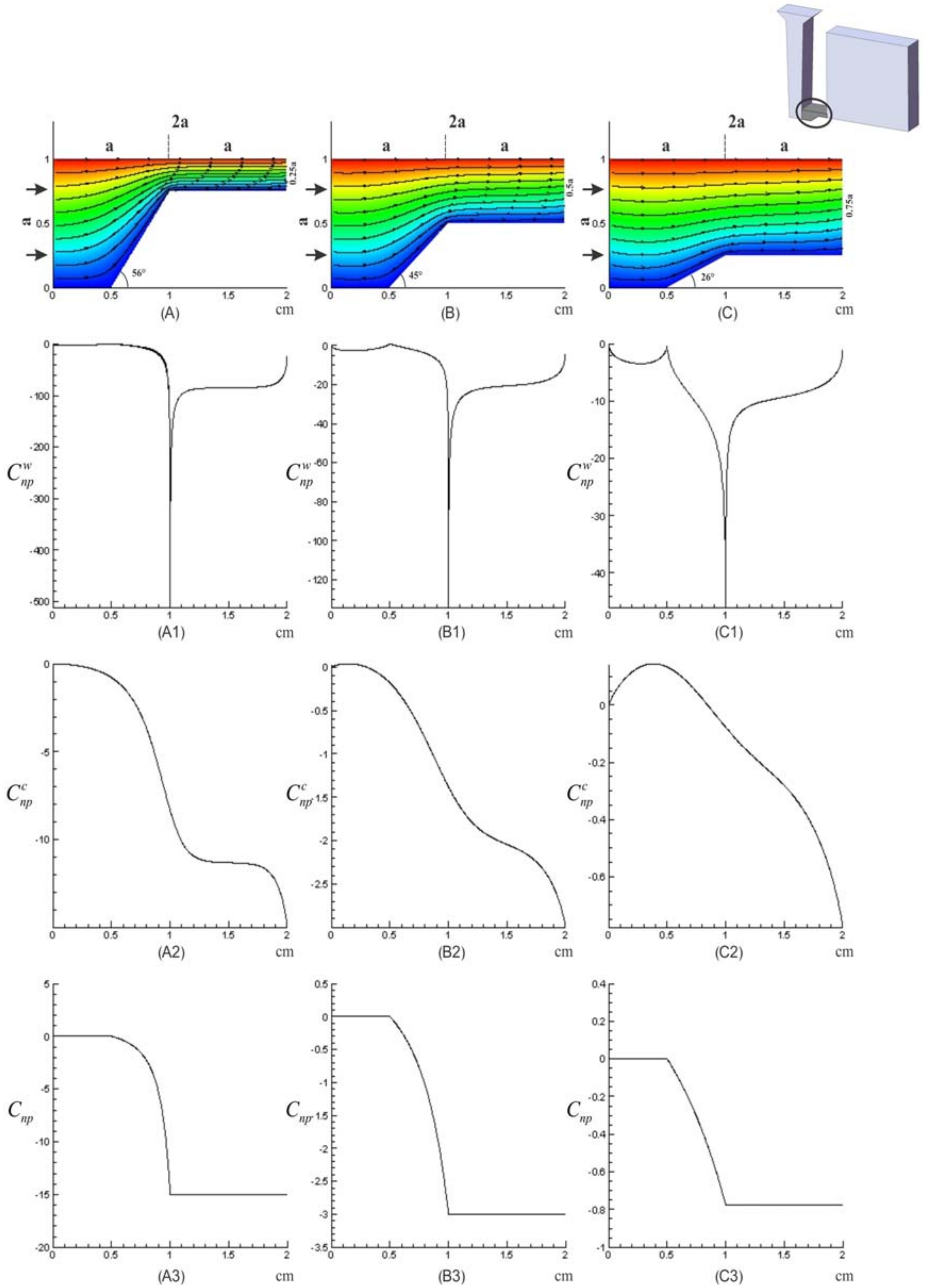
$a1 - a6 : [\theta = 56^\circ, h = 025a]$ و

$b1 - b6 : [\theta = 71^\circ, h = 025a]$

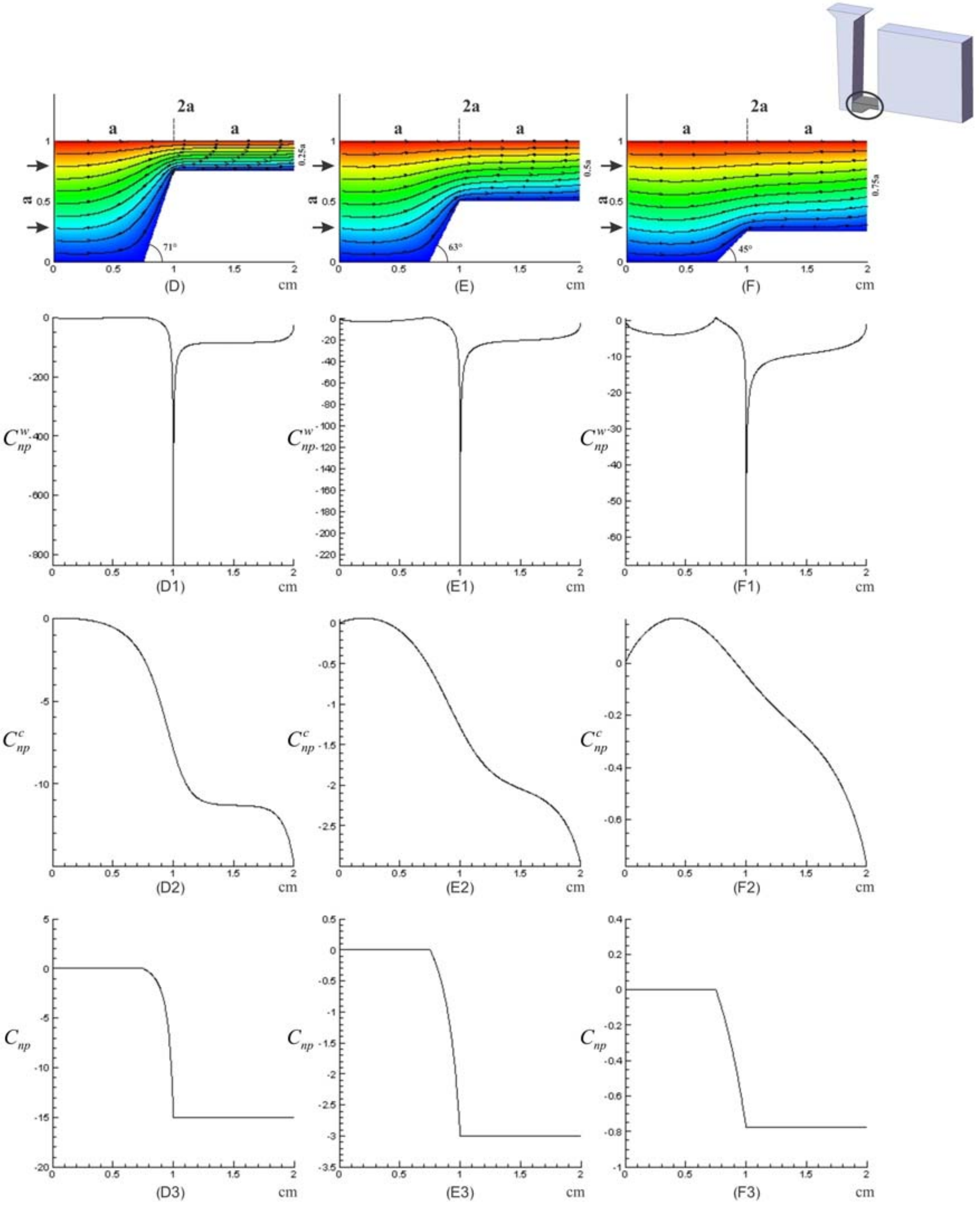
تصویر سمت راست در شکل(۳) مربوط به طرحی است که در آن راهباره داری شیب ۵۶ درجه است و ارتفاع مقطع خروجی (محل اتصال به محفظه‌ی قالب) ۰/۲۵ مقطع ورودی است ( $h = 0.25 \times a$، a ارتفاع مقطع راهباره قبل از باریک شدن می‌باشد). تصویر سمت چپ نیز مربوط به طرحی است که در آن ارتفاع راهباره هنگام اتصال به محفظه‌ی قالب ۰/۷۵ ارتفاع اولیه ( $h = 0.75 \times a$ ) و شیب راهباره ۲٦ درجه است. در این حالت، دهانه گشادتر و شیب ملایم‌تر است. به نظر می‌رسد که با افزایش شیب و کوچک شدن دهانه‌ی راهباره، میزان ماسه‌شویی و تعداد مناطق مشخص شده با پیکان افزایش یافته و الگوی جریان مذاب در قالب آشفته‌تر است. در شکل (٤)، نتایج شبیه‌سازی خطوط جریان در سه طرح مختلف راهباره، مربوط به طرح‌های (A)، (B) و (C) که به‌ترتیب دهانه‌ی اتصال راهباره به محفظه‌ی قالب در آن‌ها گشادتر شده و شیب آن کاهش می‌یابد، مشاهده می‌شود. در زیر هر طرح، تغییرات عامل فشار بدون بعد $C^{i}_{np}$ بر مبنای رابطه‌های (١٤– الف و ب) در طول کانال راهباره نشان داده شده‌اند. در همه‌ی این طرح‌ها، جهت جریان از سمت چپ راهباره به سمت راست آن، یعنی محل اتصال راهباره به محفظه‌ی قالب، می‌باشد.

در شکل (۵)، نتایج شبیه‌سازی خطوط جریان در سه طرح مختلف راهباره، مربوط به طرح‌های (D)، (E) و (F) که به‌ترتیب دهانه‌ی اتصال راهباره به محفظه‌ی قالب در آن‌ها گشادتر شده و شیب آن کاهش می‌یابد، نمایش داده شده‌اند. طول کل راهباره در همه‌ی طرح‌های (A) تا (F) ثابت و دو برابر ارتفاع آن است، و بنابراین کاهش شیب راهباره طول کل آن را تغییر نمی‌دهد. به عبارت دیگر، طول گلویی شدن افزایش یافته و طول ناحیه‌ی صاف قبل از گلویی شدن کاهش می‌یابد، در حالی‌که طول پس از ناحیه‌ی گلویی شدن همواره ثابت و برابر با ارتفاع راهباره باقی خواهد ماند. در همه‌ی طرح‌ها، طول منطقه‌ای که در آن تغییرات فشار بدون بعد ( $C^{i}_{np}$ ) رخ می‌دهد با افزایش شیب و کاهش مقطع راهباره تغییر می‌کند. همان‌گونه که در سه نمودار (A3)، (B3) و (C3) در شکل (٤) و سه نمودار (D3)، (E3) و (F3) در شکل (۵) مشاهده می‌شود، مقدار فشار بدون بعد مقطع راهباره، $C_{np}$، در هر یک از طرح‌ها به‌ترتیب از $-15$ به $-3$ و $-0.8$ تغییر می‌کند. بنابراین، کاهش سطح مقطع در اعمال فشار به دیواره‌های کانال راهباره بسیار موثر خواهد بود. این تأثیر در صورت کمبود میزان چسب ماسه و کاهش استحکام آن، منجر به وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی می‌شود. مقدار عددی تغییرات فشار بدون بعد دیواره‌ی راهباره ( $C^{w}_{np}$ ) مربوطه به سه طرح (A)، (B) و (C) با میزان آن برای سه طرح (D)، (E) و (F) کاملاً متفاوت است، در حالی‌که مقدار فشار مقطع راهباره ( $C_{np}$ ) برای این دو طرح تقریباً یکسان است. این نتایج در نمودارهای شکل (٦) و (۷) دیده می‌شوند. مقدار $C^{w}_{np}$ برای طرح (A) به حدود $-500$ و برای طرح (D) به حدود $-800$ می‌رسد، در حالی‌که عامل $C_{np}$ مربوط به مقطع در این دو نمودار مقدار تقریباً ثابت $-15$ را داشته است.

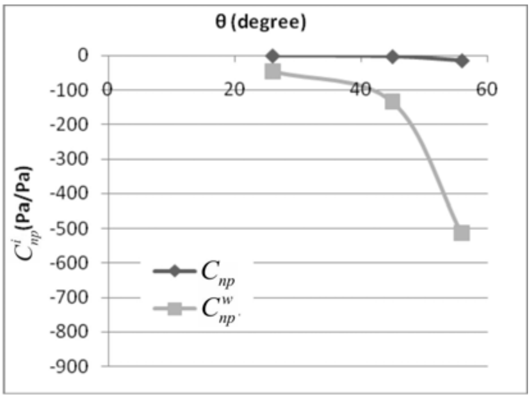
مقدار عددی تغییرات فشار بدون بعد راهباره ($C_{np}$) برای سه طرح (A)، (B) و (C) با میزان آن در طرح‌های (D)، (E) و (F) تفاوتی ندارد. این واقعیّت در نمودارهای شکل (٦) و (۷) دیده می‌شود. با این حال، مقادیر سطح زیر منحنی $C^{c}_{np}$ بر حسب فاصله در طول راهباره در شکل (٦) از طرح (A) به (C)، و در شکل (۷) از طرح (D) به (F)، افزایش یافته‌اند، و این در حالی است که در آن‌ها عامل $C_{np}$ مربوط به مقطع مقدار تقریباً ثابت $-15$ را داشته است. اگر این نتیجه را به اصطکاک دیواره‌ی راهباره ارتباط دهیم، وقوع پدیده‌ی ماسه‌شویی در دو طرح (A) و (D) که بیش‌ترین شیب و کم‌ترین مقطع خروجی را دارند، دوباره تأیید می‌شود. نتایج عملی مربوط به این دو طرح در شکل (۳) نشان داده شده‌اند (تصویرهای a1 تا a6 و b1 تا b6).



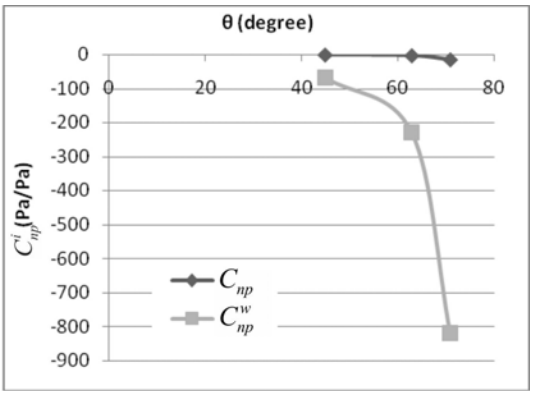
شکل ٤ نتایج شبیه‌سازی خطوط جریان و عامل بدون بعد فشار دیواره‌ی پایینی ( $C_{np}^{w}$ )، بالایی ( $C_{np}^{c}$ ) و مقطع راه‌باره ( $C_{np}$ ) برای سه طرح راه‌باره؛ (A): $[\theta = 56^\circ , h = 0.25a]$ ، (B): $[\theta = 45^\circ , h = 0.5a]$ و (C): $[\theta = 26^\circ , h = 0.75a]$



شکل ۵ نتایج شبیه‌سازی خطوط جریان و عامل بدون بعد فشار دیواره‌ی پایینی ($C_{np}^{w}$)، بالایی ($C_{np}^{c}$) و مقطع راه‌باره ($C_{np}$) برای سه طرح راه‌باره (D) $[\theta = 71^\circ, h = 0.25a]$، (E): $[\theta = 63^\circ, h = 0.5a]$، و (F): $[\theta = 45^\circ, h = 0.75a]$



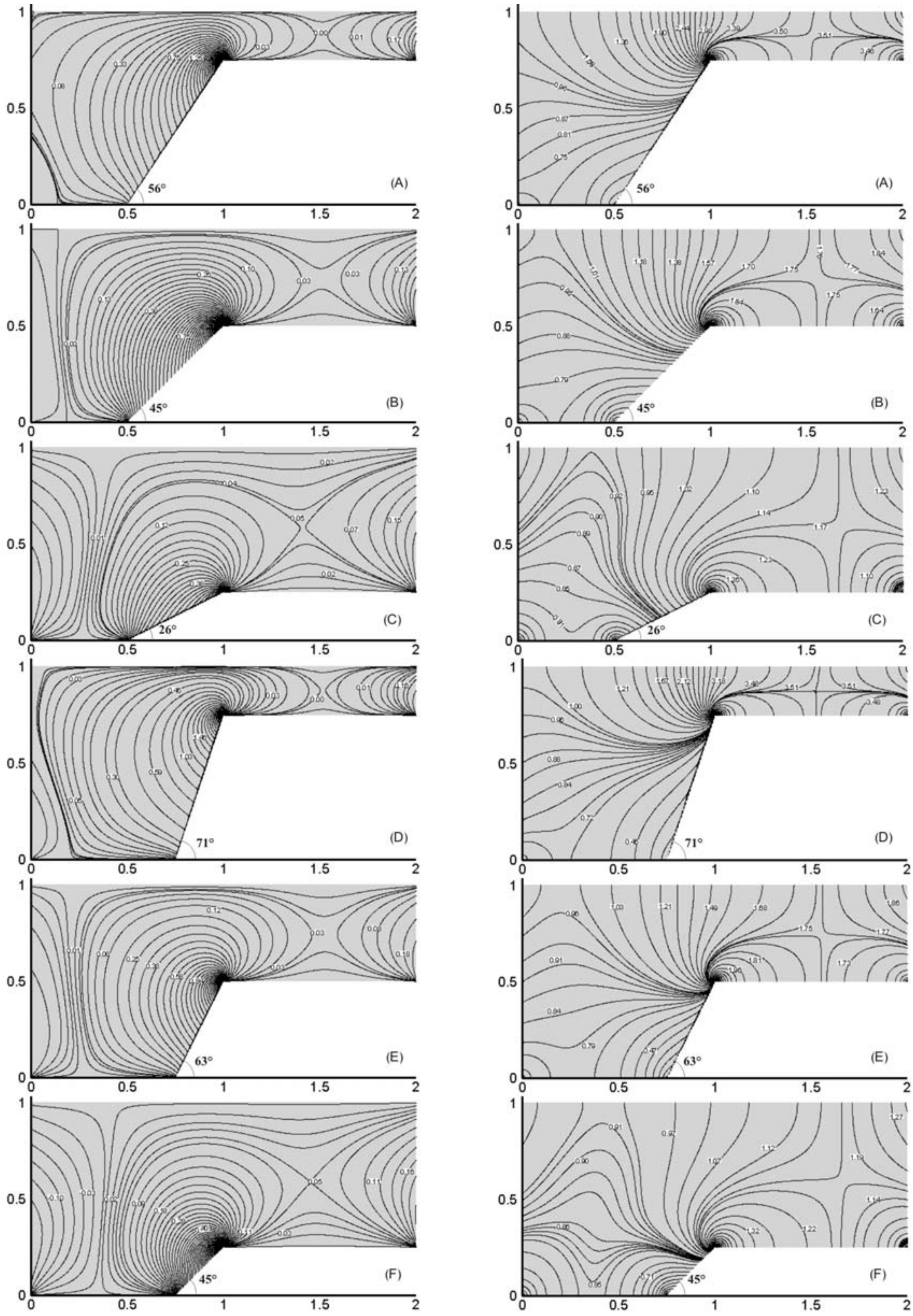

شکل ٦ تأثیر شیب راه‌باره بر عامل فشار بدون بعد برای دیواره‌ی پایینی، به‌دست آمده از اطلاعات موجود در شکل (٤)



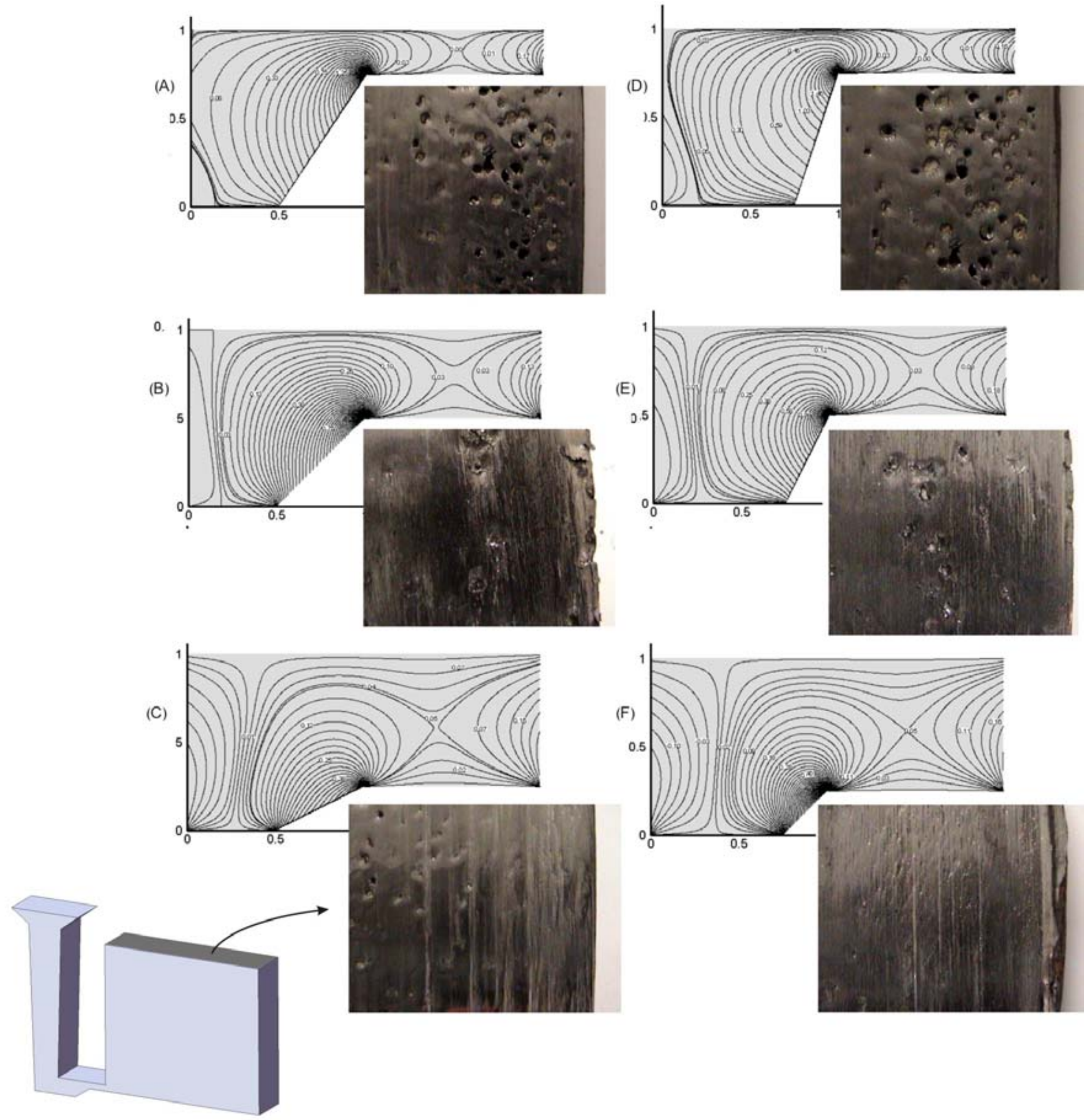

شکل ۷ تأثیر شیب راه‌باره بر عامل فشار بدون بعد برای دیواره‌ی پایینی، به‌دست آمده از اطلاعات موجود در شکل (۵)

نتایج بررسی میدان‌های سرعت در جهت‌های x و y به‌ترتیب در شش تصویر سمت راست و چپ شکل (۸) ارایه شده‌اند. در این شکل، هر تصویر از بالا به پایین به‌ترتیب مربوط به طرح‌های (A) تا (F) می‌باشند. همان‌گونه که مشخص است، بیش‌ترین تمرکز مربوط به نوک تیز زاویه شیب راه‌باره است. نتایج عملی هم بیش‌ترین سایش ماسه‌ها را در این نقاط نشان می‌دهند. به این ترتیب واضح است که نتایج شبیه‌سازی تطابق خوبی با مشاهدات تجربی دارند. برای بررسی پدیده‌ی ماسه‌شویی، میزان چسب ماسه‌ی قالب‌گیری عمداً کم‌تر در نظر گرفته شد تا وقوع این پدیده واضح‌تر به نظر آید. بنابراین، پس از انجماد صفحه‌ی نازک آلومینیمی، بخش بالایی آن به‌دلیل سبکی ماسه نسبت به مذاب تراش‌کاری شد. شکل (۹) تصویرهایی از کف‌تراشی لبه‌ی فوقانی این صفحه‌ی ریخته‌گری شده با شش طرح (A) تا (F) برای راه‌باره‌ای به طول ۲۰ میلی‌متر، و ارتفاع و عمق ۱۰ میلی‌متر را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در طرح‌های (C) و (F) کم‌ترین میزان ذرات ماسه وجود دارند، در حالی‌که طرح‌های (A) و (D) بیش‌ترین مقدار ذرات ماسه را دارند. همان‌گونه که قبلاً توضیح داده شد، دلیل این پدیده شیب تند و کوچکی مقطع تماس راه‌باره به قالب می‌باشد. واضح است که هر نوع طراحی راه‌باره به کاهش ماسه‌شویی منجر نمی‌شود، زیرا کاهش ماسه‌شویی تابع الگوی جریانی است که از نوع طراحی انجام شده در قالب نتیجه می‌شود. از آن‌جا که این الگو به‌روش تجربی قابل پیش‌بینی نیست، رفتار فشار مذاب درون راه‌باره می‌باید به‌کمک نرم‌افزار شبیه‌سازی ریخته‌گری تعیین شود و پس از آن، با تغییر طراحی هندسه‌ی شیب و مقطع راه‌باره و کنترل عامل‌های بدون بعد $C^w_{np}$ و $C_{np}$، پدیده‌ی ماسه‌شویی به کم‌ترین میزان ممکن کاهش داده شود.

در شکل (۹)، مقاطع تراش‌کاری شده از صفحه‌ی نازک آلومینیمی متعلّق به طرح‌هایی که شبیه‌سازی آن‌ها را بحرانی تشخیص داده است، نشان داده شده‌اند. با تمرکز در تصویرهای عملی و شبیه‌سازی می‌توان دریافت که در راه‌باره‌هایی با زاویه‌ی شیب ۷۱ و ٥٦ درجه، با کاهش سطح مقطع خروجی مذاب راه‌باره (محل اتصال آن به محفظه‌ی قالب) به‌میزان یک چهارم سطح مقطع ورودی یا اولیه‌ی راه‌باره، بیش‌ترین مقدار ماسه‌شویی در صفحه‌ی نازک ریخته‌گری رخ خواهد داد. این پدیده ناشی از مقدار بیشینه‌ی تغییرات $C^w_{np}$ می‌باشد. بنابراین، طراحی راه‌باره با طرح‌های نوع D و A کاملاً غیر اصولی و غیر مهندسی است، و نمی‌باید از آن‌ها در تکنولُژی طراحی قطعات ریخته‌گری استفاده کرد.



شکل ۸ نتایج شبیه‌سازی میدان‌های سرعت u (تصویرهای سمت راست) و v (تصویرهای سمت چپ) به‌ترتیب در جهت‌های x و y. این نتایج مربوط به طرح‌های (A) تا (F) به‌ترتیب از بالا به پایین هستند




شکل۹ مقاطع تراش‌کاری شده از بالای محفظه‌ی قالب آلومینیمی به ارتفاع ۱۲ میلی‌متر به سمت پایین، حاوی ذرات ماسه و حباب‌هایی که در درون آن‌ها ماسه وجود دارد (برای هر یک از طرح‌های مربوط به راه‌باره‌های A تا F)، به‌همراه نتایج شبیه‌سازی عددی مربوط به میدان مؤلفه‌ی عمودی سرعت

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، با بررسی و شبیه‌سازی تأثیر شش طرح راه‌باره با طول و ارتفاع مساوی بر پدیده‌ی ماسه‌شویی، نتایج زیر به‌دست آمد:

۱- نرم‌افزار شبیه‌سازی به‌کار رفته در پژوهش حاضر می‌تواند ابزار خوبی برای پیش‌بینی احتمال ماسه‌شویی و تجمع ذرات ماسه در قالب باشد. به‌کمک این نرم‌افزار می‌توان وقوع جریان‌های آشفته و گردابی حین پر شدن قالب را تشخیص داد.

۲- نتایج به‌دست آمده نشان دادند که طرح‌های A: $[\theta = 56^{o},\ h = 0.25a]$ و D: $[\theta = 71^{o},\ h = 0.25a]$، به‌ترتیب مربوط به راه‌باره‌هایی با شیب ۵٦ و ۷۱ درجه و با سطح مقطع خروجی برابر

بـا یـک چهـارم سـطح مقطـع ورودی، بـه‌دلیـل برخورداری از بیش‌ترین شیب و کم‌تـرین مقطـع راه‌باره در محل اتصال به محفظه‌ی قالـب، دارای بیش‌ترین میزان ماسه‌شویی هستند. امّا طرح‌هـای C: $[\theta = 26^{\circ}, h = 0.75a]$ و D: $[\theta = 45^{\circ}, h = 0.75a]$، به‌ترتیب مربوط به راه‌باره‌هـایی بـا شـیب ۲۶ و ٤۵ درجه و با سطح مقطع خروجی برابـر بـا سـه چهـارم سـطح مقطـع ورودی، مناسـب‌تـرین طرح‌های راه‌باره از نقطه نظر عدم وقـوع پدیـده‌ی ماسه‌شویی هستند.

۳- مکان شیب تند راه‌باره در محل گلویی شدن به‌دلیل تمرکز بالاترین عامل بدون بعد فشار و نیز وجـود گردابـه‌ی جریـان (شـیب تغییـرات سـرعت)، مستعدترین محل برای ماسه‌شویی است. بنـابراین، با انحنا دادن به مکان‌هایی از راه‌باره با شـیب تنـد تغییرات تا حدودی می‌توان از اثرات زیان‌بار نوک تیز آن‌ها در وقوع پدیده‌ی ماسه‌شـویی جلـوگیری کرد.

٤- نتایج نشان دادند که برای کاهش میزان ماسه‌شویی، شیب راه‌باره نباید بیش از ۲٦ درجه باشـد. افـزون بر این، بهتر است که کاهش سـطح مقطـع راه‌بـاره بیش از ۲۵ درصد نباشد.

## تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از زحمت‌های گروه شبیه‌سازی دانشـگاه صـنعتی شـریف و مرکـز پـژوهش رازی، بـه خصوص جناب آقای دکتر دوامی و هم‌کارانشان، برای تهیـه‌ی برخـی از تصـویرهای ایـن پـژوهش تشـکر و قدردانی می‌نمایند.

## مراجع

1. Richard W. Heine, Carl R. Loper, Philip C. Rosenthal, *"Principles of Metal Casting"*, McGraw-Hill Publications, 2nd edition, (1967).
2. Campbell, J., Castings, Butterworth publication, Oxford University, second edition, (2003).
3. Campbell, J., Cracked liquid metals create defective castings, Ingenia, 1(4), 35-39, (2000).
4. H. Hu, B., Tong, K.K., Niu, X. P., Pinwill, I., "Design and optimisation of runner and gating systems for the die casting of thin-walled magnesium telecommunication parts through numerical simulation", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 105, pp.128-133, (2000).
5. Mirbagheri, S.M.H., Dadashzadeh, S., A. K. Serajzadeh., Taheri and Davami, P., "*Modeling the effect of mould wall roughness on the melt flow simulation in casting process*", Applied Mathematical Modeling, Vol.28 (11), pp. 933-956,(2004).
6. Wang, C.W., "*Computer modeling of fluid flow and heat transfer in metal casting*", Ph.D. Thesis, Pittsburgh, university, USA, (1990).
7. Kermanpur, A., Mahmoudi, Sh., Hajipour, A., "Numerical simulation of metal flow and solidification in the multi-cavity casting moulds of automotive components", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 206, pp. 62-68, (2008).

۸. میرباقری سیدمحمدحسین، دوامی پرویز، "*مدل سازی افت اصطکاکی مذاب در داخل سیستم راه گاهی*"، دومین کنگـره سـالانه مهندسـین متالورژی ایران، صفحه ۹۷، (۱۳۷۷).

۹. منصور آبادی، میرباقری، وراهرام، دوامی،" *بررسی اثر سیستم راه گاهی بر روی نحوه پر شدن قالب در ریخته گری به روش فوم فداشونده*"، دهمین کنگره سالانه مهندسین متالورژی ایران، (۱۳۸۵).

۱۰. میرباقری، محرمی، دوامی، "*مدل سازی جریان مذاب در سیستم راه گاهی در ریخته گری به روش فوم فداشونده*"، سمپوزیوم فولاد، صفحه ٤١٠، (۱۳۷۹).

11. Mirbagheri, S.M.H., Shrinparvar, M., Ashory, H., and Davami, P., "*Simulation of surface roughness on the flow pattern in the casting process*", Materials & Design, Vol. 25(8), pp. 55-661, (2004).

12. White, F.M., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill Publications, 4th edition, (1998).

13. Elliot, S.D., "*Fluid flow aspects of solidification modeling; simulation of low pressure die casting*", Ph.D. Thesis, University of Queensland, (1999).

14. Herrmann Schlichting, *Boundary-Layer Theory*, Springer Publications, 8th edition, (2000).

۱۵. دوامی پرویز، "مبانی تغذیه‌گذاری در قطعات ریختگی"، انتشارات جامعه ریخته گران ایران، (۱۳٦۰).

۱٦. خسروی رحمان، "اصول طراحی سیستم‌های راه‌گاهی و تغذیه‌گذاری چدن‌ها"، انتشارات جامعه ریخته گران ایران، (۱۳٦۸).

17. Vijayaram, T.R., S. Sulaiman, A.M.S. Hamouda, M.H.M. Ahmad, Numerical simulation of casting solidification in permanent metallic molds, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 178, pp. 29-33, (2006).

18. *The Foseco Foundryman's handbook*, 9th edition, Pergamon Press, (1982).